



ОЧЕРК

Арифметика пифагорейцев: совершенные числа

Статья объясняет понятие совершенного числа, введённое пифагорейцами: сумма его собственных натуральных делителей равна самому числу, как у числа 6.

Мансур Гильмуллин · 09.10.2026 · RU

Прежняя публикация: Telegram · history_math · 2023-11-21

Статья на сайте журнала



Иллюстрация с названием статьи: математик записывает числа у моря. Архивная иллюстрация редакционного проекта к этой статье.

Понятие совершенного числа (анг. perfect number) было введено пифагорейцами в VI веке до н. э.

Если сумма всех натуральных делителей числа, кроме самого числа, соответственно меньше, больше или равно данному числу, то оно называлось недостаточным, избыточным или совершенным. Например, 10 — недостаточное число, 12 — избыточное, 6 — совершенное:

$$1 + 2 + 5 = 8 \quad ; \quad 8 < 10$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16 \quad ; \quad 16 > 12$$

$$1 + 2 + 3 = 6 \quad ; \quad 6 = 6$$

Совершенным числам пифагорейцы придавали особое значение. С тех пор в теории чисел стоит открытым вопрос о бесконечности множества совершенных чисел.

По состоянию на 2019 год было известно 51 чётное совершенное число: 6, 28, 496, 8128, ... Наибольшее из известных тогда — $2^{82589932}(2^{82589933} - 1)$ — содержит 49 724 095 цифр. Совершенные числа образуют [последовательность A000396](#) в онлайн-энциклопедии целочисленных последовательностей OEIS.

Греческие математики (в частности, Евклид) выяснили, что совершенные числа можно искать в виде: $2^{n-1}(2^n - 1)$, так как, если $(2^n - 1)$ — простое число (это так называемые простые числа Марина Мерсенна (Mersenne prime)) для простого числа n , то это число — совершенное.

Леонард Эйлер доказал, что все чётные совершенные числа имеют вид, указанный Евклидом. Таким образом, существует взаимно однозначное соответствие между чётными совершенными числами и простыми числами Мерсенна. Каждое простое число Мерсенна порождает одно чётное совершенное число, и наоборот. Этот результат часто называют теоремой Евклида–Эйлера. Недавно найденные простые числа Мерсенна были обнаружены в рамках Great Internet Mersenne Prime Search (GIMPS), проекта распределённых вычислений.

Известно, что нечётных совершенных чисел до 10^{1500} нет. Неизвестно, есть ли они вообще.

С середины XX века, с появлением компьютерных технологий, стали возможными вычисления, превосходящие человеческие возможности. Только тогда продолжились дальнейшие поиски больших совершенных чисел.

Поражает интуиция пифагорейцев, задолго до нашей эры отыскавших математическую проблему, нерешённую и по сей день. Мистический восторг пифагорейцев перед совершенством совершенных чисел продолжался и в учениях отцов церкви. Особенный («совершенный») характер чисел 6 и 28 был признан в некоторых культурах и религиях, утверждающих, что Бог сотворил мир за 6 дней и что Луна совершает оборот вокруг Земли за 28 дней.



Ф. А. Бронников (1827–1902). «Гимн пифагорейцев восходящему солнцу», 1869. Холст, масло; архивная репродукция. Ф. А. Бронников, 1869; архивная репродукция исторической картины. · [Источник](#) · Public domain

Совершенные числа и сегодня остаются интересным объектом исследований в теории чисел.

Про совершенные числа и арифметику пифагорейцев читайте в книге Мансура Гильмуллина [«История математики»](#).



Автор М. Ф. Гильмуллин и его «История математики», 2018 Авторская промокомпозиция проекта: М. Ф. Гильмуллин и его книга.

Ранее опубликовано: [«Арифметика пифагорейцев: совершенные числа»](#).